



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30<sup>+</sup>年专注教育行业

# 全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第二册 RJA

基础版

天津出版传媒集团  
天津人民出版社

## 01

### 目录设置符合一线上课需求，详略得当

#### 4.1 数列的概念

第1课时 数列的概念与表示

第2课时 数列的递推公式与前  $n$  项和

#### 4.2 等差数列

##### 4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

第2课时 等差数列的性质及实际应用

##### 4.2.2 等差数列的前 $n$ 项和公式

第1课时 等差数列的前  $n$  项和公式

第2课时 等差数列的前  $n$  项和的性质及实际应用

滚动习题（一） [范围 4.1~4.2]

#### 4.3 等比数列

##### 4.3.1 等比数列的概念

第1课时 等比数列的概念与通项公式

第2课时 等比数列的性质及实际应用

第3课时 等比数列与等差数列的综合应用

##### 4.3.2 等比数列的前 $n$ 项和公式

第1课时 等比数列的前  $n$  项和公式

第2课时 等比数列的前  $n$  项和的性质及应用

拓展微课（一） 求数列的通项公式的常用方法

拓展微课（二） 数列求和常用方法

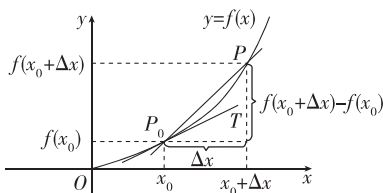
滚动习题（二） [范围 4.2~4.3]

## 02

### 以教材知识和教材例题、习题为主导，更加贴近课堂

#### ◆ 要点一 导数的几何意义

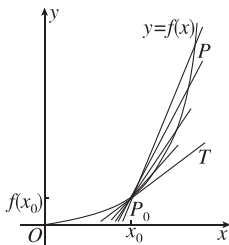
##### 1. 割线的斜率



如图，平均变化率  $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$  \_\_\_\_\_，表示割线  $P_0P$  的 \_\_\_\_\_。

##### 2. 曲线在某点处的切线

曲线  $y=f(x)$  在某点处的切线的定义：如图，在曲线  $y=f(x)$  上任取一点  $P(x, f(x))$ ，如果当点  $P(x, f(x))$  沿着曲线  $y=f(x)$  无限趋近于点  $P_0(x_0, f(x_0))$  时，割线  $P_0P$  无限趋近于一个确定的位置，这个确定位置的直线  $P_0T$  称为曲线  $y=f(x)$  在点  $P_0$  处的 \_\_\_\_\_。



##### 3. 导数的几何意义

函数  $y=f(x)$  在  $x=x_0$  处的导数  $f'(x_0)$  就是切线  $P_0T$  的 \_\_\_\_\_  $k_0$ ，即  $k_0 =$  \_\_\_\_\_。因此，曲线  $y=f(x)$  在点  $P(x_0, f(x_0))$  处的切线的斜率是 \_\_\_\_\_，切线方程为 \_\_\_\_\_。

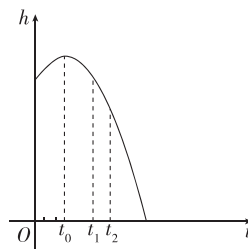
【诊断分析】判断正误。（请在括号中打“√”或“×”）

- (1)若直线与曲线相切，则直线与曲线只有一个公共点。 ( )
- (2)若  $f'(x_0)=0$ ，则曲线在  $x=x_0$  处切线不存在。 ( )
- (3)若  $f'(x_0)>0$ ，则曲线  $y=f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线的倾斜角为锐角；若  $f'(x_0)<0$ ，则曲线  $y=f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线的倾斜角为钝角；若  $f'(x_0)=0$ ，则曲线  $y=f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线与  $x$  轴平行或重合。 ( )
- (4)由导数的几何意义可知，函数值变化越快，导数值越大。 ( )

#### 典例解析

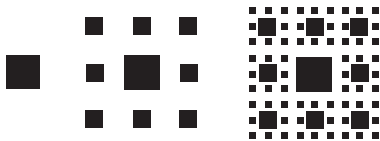
角度2 利用导数的几何意义判断函数的变化

**例2** [教材 P68 例4] 如图是跳水运动中某运动员的重心相对于水面的高度随时间变化的函数  $h(t)=-4.9t^2+2.8t+11$  的图象，根据图象，请描述、比较曲线  $h(t)$  在  $t=t_0, t_1, t_2$  附近的变化情况。



## 基础巩固

1. 下列数列中，符合递推公式  $a_n = \sqrt{2}a_{n-1} (n \geq 2)$  的数列是 ( )
- A. 1, 2, 3, 4, ...  
 B.  $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$   
 C.  $\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 2, \dots$   
 D.  $0, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
5. [教材 P6 例 4 改编] 如图，在三个正方形块中，着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项，则这个数列的一个递推公式为 ( )



- A.  $a_{n+1} = 8a_n$       B.  $a_{n+1} = a_n + 8n$   
 C.  $a_{n+1} = a_n + 8^{n-1}$       D.  $a_{n+1} = a_n + 8^n$

## 综合提升

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \frac{n}{n+2}a_n$ ，且  $a_1 = 1$ ，则  $a_n =$  ( )
- A.  $\frac{2}{(n+1)^2}$       B.  $\frac{2}{n(n+1)}$   
 C.  $\frac{n}{2^n}$       D.  $\frac{1}{2n-1}$
14. (15 分) 已知  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，且  $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ .
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；  
 (2) 若  $b_n = 2^{a_n} - 5a_n$ ，求数列  $\{b_n\}$  中的最小项.

## 思维探索

15. [2025 · 河南南阳六校高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = \sqrt{2}$ ， $a_{n+1} = [a_n] + \frac{1}{\langle a_n \rangle}$  (其中  $[a_n]$  表示  $a_n$  的整数部分， $\langle a_n \rangle$  表示  $a_n$  的小数部分)，则  $[a_{2025}] =$  ( )
- A. 2025      B. 2026  
 C. 4048      D. 4049

## 滚动习题 (一)

范围 4.1~4.2

(分值: 100 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

1. [2025 · 陕西渭南高级中学高二月考] 数列  $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$  的一个通项公式为 ( )
- A.  $a_n = -2n + 1$   
 B.  $a_n = (-1)^n \cdot 2n + 1$   
 C.  $a_n = (-1)^n \cdot (2n + 1)$   
 D.  $a_n = (-1)^n \cdot (2n - 1)$
- 二、多项选择题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)
8. 在等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = \frac{1}{3}$ ， $a_2 + a_3 = 4$ ，则下列结论正确的是 ( )

- A. 等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $\frac{5}{6}$   
 B. 等差数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}$   
 C. 等差数列  $\{a_n\}$  是一个递增数列  
 D. 35 是数列  $\{a_n\}$  中的项

三、填空题(本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

10. 设  $\{a_n\}$  是递增的等差数列，其前三项的和为 12，前三项的积为 48，则它的首项是 \_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) [2026 · 广东东莞实验中学高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 + 1$ .
- (1) 试写出数列  $\{a_n\}$  的前 3 项，并判断数列  $\{a_n\}$  是否为等差数列；  
 (2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

# CONTENTS 目录

## 04 第四章 数列

PART FOUR

4.1 数列的概念	001
第1课时 数列的概念与表示	001
第2课时 数列的递推公式与前 $n$ 项和	003
4.2 等差数列	005
4.2.1 等差数列的概念	005
第1课时 等差数列的概念与通项公式	005
第2课时 等差数列的性质及实际应用	007
4.2.2 等差数列的前 $n$ 项和公式	009
第1课时 等差数列的前 $n$ 项和公式	009
第2课时 等差数列的前 $n$ 项和的性质及实际应用	011
滚动习题(一) [范围 4.1~4.2]	013
4.3 等比数列	015
4.3.1 等比数列的概念	015
第1课时 等比数列的概念与通项公式	015

第2课时 等比数列的性质及实际应用	017
-------------------	-----

第3课时 等比数列与等差数列的综合应用	019
---------------------	-----

4.3.2 等比数列的前 $n$ 项和公式	021
-----------------------	-----

第1课时 等比数列的前 $n$ 项和公式	021
----------------------	-----

第2课时 等比数列的前 $n$ 项和的性质及应用	023
--------------------------	-----

拓展微课(一) 求数列的通项公式的常用方法	025
-----------------------	-----

拓展微课(二) 数列求和常用方法	027
------------------	-----

滚动习题(二) [范围 4.2~4.3]	029
----------------------	-----

4.4* 数学归纳法	031
------------	-----

## 05 第五章 一元函数的导数及其应用

PART FIVE

5.1 导数的概念及其意义	033
5.1.1 变化率问题	033
5.1.2 导数的概念及其几何意义	035
第1课时 导数的概念	035

第 2 课时 导数的几何意义 .....	037	第 1 课时 函数的极值与导数 .....	051
5.2 导数的运算 .....	039	第 2 课时 函数的最大(小)值与导数 .....	053
5.2.1 基本初等函数的导数 .....	039	第 3 课时 含参函数的最大(小)值问题 .....	055
5.2.2 导数的四则运算法则 .....	041	第 4 课时 导数与函数的零点及实际应用 .....	057
5.2.3 简单复合函数的导数 .....	043	④ 习题课 导数的综合应用 .....	059
④ 滚动习题(三) [范围 5.1~5.2] .....	045	拓展微课(三) 三次函数的图象与性质及应用 .....	061
5.3 导数在研究函数中的应用 .....	047	拓展微课(四) 常用不等式 .....	063
5.3.1 函数的单调性 .....	047	④ 滚动习题(四) [范围 5.3] .....	065
第 1 课时 函数的单调性与导数 .....	047		
第 2 课时 利用导数解决函数单调性综合问题 .....	049		
5.3.2 函数的极值与最大(小)值 .....	051		

■ 导学案 [单独成册 P107~P176]

■ 参考答案(练习册) [单独成册 P067~P106]

■ 参考答案(导学案) [单独成册 P177~P216]

## 测 评 卷

单元素养测评卷(一) A [第四章] .....	卷 01	模块素养测评卷(一) .....	卷 09
单元素养测评卷(一) B [第四章] .....	卷 03	模块素养测评卷(二) .....	卷 11
单元素养测评卷(二) A [第五章] .....	卷 05	参考答案 .....	卷 13
单元素养测评卷(二) B [第五章] .....	卷 07		

## 第四章 数列

### 4.1 数列的概念

#### 第1课时 数列的概念与表示

##### 基础巩固

1. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是 ( )
- A.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$   
B.  $-1, -2, -3, -4, \dots$   
C.  $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$   
D.  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{99}$
2. [2025·山东青岛二中高二月考] 数列  $1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}, \dots$  的一个通项公式为 ( )
- A.  $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$   
B.  $a_n = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$   
C.  $a_n = (-1)^n \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$   
D.  $a_n = (-1)^{n+1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$
3. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \begin{cases} 3n+1, & n \text{ 是奇数,} \\ 2n-2, & n \text{ 是偶数,} \end{cases}$  则  $a_2 \cdot a_3 =$  ( )
- A. 70    B. 28    C. 20    D. 8
4. 在数列  $\frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \frac{4}{15}, \frac{5}{19}, \dots, \frac{n+1}{4n+3}, \dots$  中,  $\frac{10}{39}$  是它的 ( )
- A. 第8项    B. 第9项  
C. 第10项    D. 第11项
5. [2025·福建莆田二中高二月考] 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{2n+1}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 则数列  $\{a_n\}$  为 ( )
- A. 递增数列    B. 递减数列  
C. 常数数列    D. 摆动数列
6. [2026·江苏苏州高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{2n-11}{2n-13}, n \in \mathbf{N}^*$ , 则数列  $\{a_n\}$  的最小项是 ( )
- A. 第1项    B. 第6项  
C. 第7项    D. 第13项
7. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{1}{n(n+2)}$ , 则  $a_{10} =$  \_\_\_\_\_; 若  $a_n = \frac{1}{168}$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_.
8. 已知数列  $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots$ , 则该数列的第22项为 \_\_\_\_\_.
9. (13分) 写出下列各数列的一个通项公式.
- (1)  $0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$ ;  
(2)  $1\frac{1}{2}, 2\frac{4}{5}, 3\frac{9}{10}, 4\frac{16}{17}, \dots$ ;  
(3)  $3, 5, 9, 17, \dots$ ;  
(4)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{15}}{9}, \frac{\sqrt{21}}{12}, -\frac{\sqrt{3}}{5}, \dots$ .

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14

10. (13分)[教材P5例3改编] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为  $a_n = \frac{3n-2}{3n+1}$ .
- (1) 求  $a_{10}$ .
- (2)  $\frac{7}{10}$  是否为该数列中的项? 若是, 它为第几项? 若不是, 请说明理由.
- (3) 求证:  $0 < a_n < 1$ .

12. (多选题)[2025·重庆渝中高二期中考] 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为  $a_n = n^2 - 4n$ , 则下列说法正确的是 ( )
- A. 该数列中有 3 个负数
- B. 该数列中有无限多个正数
- C. 该数列的最小项大于函数  $f(x) = x^2 - 4x$  的最小值
- D. 该数列中的所有项为奇数或 4 的倍数
13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为  $a_n = \left| n - \frac{10}{3} \right|$ , 则  $a_n$  的最小值为 \_\_\_\_\_, 此时  $n$  的值为 \_\_\_\_\_.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足  $a_n = 2n^2 + \lambda n + 3, n \in \mathbf{N}^*$ , 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则实数  $\lambda$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 思维探索

15. (15分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为  $a_n = \frac{n-3}{2^n}$ , 求该数列的最大项与最小项.

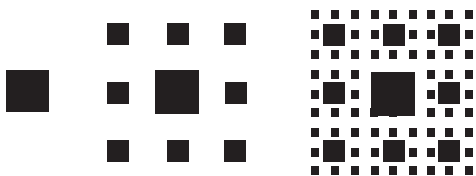
### 综合提升

11. 意大利数学家斐波那契的《算盘书》中记载了一个有趣的数列: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ..., 这就是著名的斐波那契数列, 则该数列的前 2026 项中奇数的个数为 ( )
- A. 1013                      B. 1350
- C. 1351                      D. 1352

## 第2课时 数列的递推公式与前 $n$ 项和

### 基础巩固

- 下列数列中,符合递推公式  $a_n = \sqrt{2}a_{n-1} (n \geq 2)$  的数列是 ( )
  - $1, 2, 3, 4, \dots$
  - $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
  - $\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 2, \dots$
  - $0, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
- 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 2n^2$ , 则  $a_4 + a_5 =$  ( )
  - 16
  - 32
  - 64
  - 96
- [2026 · 重庆八中高二月考] 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 3, a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ , 则  $a_{2026} =$  ( )
  - 3
  - $-\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{3}$
  - 3
- 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n$ , 则  $S_4 =$  ( )
  - 27
  - 40
  - 80
  - 81
- [教材 P6 例 4 改编] 如图,在三个正方形块中,着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项,则这个数列的一个递推公式为 ( )



- $a_{n+1} = 8a_n$
  - $a_{n+1} = a_n + 8n$
  - $a_{n+1} = a_n + 8^{n-1}$
  - $a_{n+1} = a_n + 8^n$
- [2025 · 安徽蚌埠怀远一中高二月考] 斐波那契是意大利数学家,他研究了一列数,这列数非常奇妙,被称为斐波那契数列.斐波那契数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ , 设  $1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + \dots + a_{2025} = a_k$ , 则  $k =$  ( )
    - 2023
    - 2024
    - 2025
    - 2026

- [2025 · 辽宁鞍山普通高中高二质检] 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $2a_n - 3 = S_n$ , 则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_.
- 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = n^2 + 3n + 1$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式为 \_\_\_\_\_.
- (13 分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$ .
  - 写出数列  $\{a_n\}$  的前 5 项;
  - 猜想数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
15

10. (13分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_n=a_{n-1}+\sqrt{n+1}-\sqrt{n} (n \geq 2)$ , 求  $a_n$ .

13. [2025·鄂北六校高二期中] 已知函数  $y=f(x), x \in \mathbf{R}$ , 且  $f(0)=3, \frac{f(0.5)}{f(0)}=2, \frac{f(1)}{f(0.5)}=2, \dots, \frac{f(0.5n)}{f[0.5(n-1)]}=2, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $f(3)=$ \_\_\_\_\_.

14. (15分) 已知  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ .  
 (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 若  $b_n = 2^{a_n} - 5a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  中的最小项.

### 综合提升

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \frac{n}{n+2}a_n$ , 且  $a_1=1$ , 则

$a_n =$  \_\_\_\_\_ ( )

A.  $\frac{2}{(n+1)^2}$                       B.  $\frac{2}{n(n+1)}$

C.  $\frac{n}{2^n}$                               D.  $\frac{1}{2n-1}$

12. [2025·黑龙江绥化高二期末] 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1+2a_2+3a_3+\dots+na_n=n(n+2)$ , 则

$a_4 =$  \_\_\_\_\_ ( )

A. 2                      B.  $\frac{7}{4}$                       C.  $\frac{9}{4}$                       D.  $\frac{11}{4}$

### 思维探索

15. [2025·河南南阳六校高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=\sqrt{2}, a_{n+1}=[a_n]+\frac{1}{\langle a_n \rangle}$  (其中  $[a_n]$  表示  $a_n$  的整数部分,  $\langle a_n \rangle$  表示  $a_n$  的小数部分), 则  $[a_{2025}] =$  \_\_\_\_\_ ( )

A. 2025                      B. 2026  
 C. 4048                      D. 4049

## 4.2 等差数列

### 4.2.1 等差数列的概念

#### 第1课时 等差数列的概念与通项公式

#### 基础巩固

- 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_{n+1}-a_n=3$ ,则 $a_n=$  ( )  
A.  $3n-2$                       B.  $3n+1$   
C.  $-3n+4$                       D.  $-3n+1$
- 已知等差数列 $2, 0, -2, -4, \dots$ ,则 $-48$ 是这个数列的 ( )  
A. 第24项                      B. 第25项  
C. 第26项                      D. 第27项
- [2025·河南许昌高二期末] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=8, 2a_3=a_2+6$ ,则公差 $d=$  ( )  
A. 1                              B. 2  
C. 3                              D. 4
- 若等差数列 $\{a_n\}$ 的首项是 $-24$ ,且从第10项开始大于0,则公差 $d$ 的取值范围是 ( )  
A.  $[\frac{8}{3}, +\infty)$                   B.  $(-\infty, 3)$   
C.  $[\frac{8}{3}, 3)$                       D.  $(\frac{8}{3}, 3]$
- [2025·江苏盐城七校高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=n-1$ ,则下列结论中正确的是 ( )  
A. 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 $-1$ 的等差数列  
B. 数列 $\{a_n\}$ 的图象只能在第一象限  
C. 数列 $\{a_n\}$ 是有穷数列  
D. 数列 $\{a_n\}$ 的图象在直线 $y=x-1$ 上
- (多选题)下列通项公式表示的数列是等差数列的有 ( )  
A.  $a_n=3n+1$   
B.  $a_n=n^2+1$   
C.  $a_n=1$   
D.  $a_n=1-2n$
- [2025·上海松江二中高二月考] 已知 $1, a, 5-2a$ 构成等差数列,则实数 $a$ 的值为\_\_\_\_\_.
- 写出一个同时具有性质① $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ , ② $a_{n+1}<a_n$ 的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式: $a_n=$ \_\_\_\_\_.
- (13分)在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_2+a_5=24, a_{17}=66$ .  
(1)求 $a_{2026}$ .  
(2)2026是否为数列 $\{a_n\}$ 中的项?若是,为第几项?

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
15

10. (13分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \frac{3a_{n-1}}{a_{n-1}+3} (n \geq 2$  且  $n \in \mathbf{N}^*)$ , 且  $a_n \neq 0$ .

(1) 求证: 数列  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$  是等差数列;

(2) 当  $a_1 = \frac{1}{2}$  时, 求  $a_{2026}$ .

14. (15分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n + 2, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(1) 求  $a_2, a_3$ ;

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

### 综合提升

11. 在集合  $\{n | n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 500\}$  中, 被 5 除余 3 的数共有 ( )

- A. 99 个                      B. 100 个  
C. 101 个                      D. 102 个

12. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 3$ , 且对任意大于 1 的正整数  $n$ , 点  $(\sqrt{a_n}, \sqrt{a_{n-1}})$  在直线  $x - y - \sqrt{3} = 0$  上, 则 ( )

- A.  $a_n = 3n$                       B.  $a_n = \sqrt{3n}$   
C.  $a_n = n - \sqrt{3}$                       D.  $a_n = 3n^2$

13. [2025·江苏徐州一中高二检测] 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $2a_3 + a_9 = 18$ , 则  $a_2 + 3a_6$  的值为 \_\_\_\_\_.

### 思维探索

15. (多选题) [2026·江苏镇江中学高二月考] 已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 则下列结论中正确的是 ( )

- A. 若  $a_1 + a_2 > 0$ , 则  $a_2 + a_3 > 0$   
B. 若  $a_1 a_2 < 0$ , 则  $a_2 a_3 > 0$   
C. 若  $0 < a_1 < a_2$ , 则  $a_2 > \sqrt{a_1 a_3}$   
D.  $(a_2 - a_1)(a_2 - a_3) > 0$

## 第 2 课时 等差数列的性质及实际应用

### 基础巩固

1. [2025·长沙雅礼中学高二期中] 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_6 + a_7 + a_8 = 6$ , 则  $a_7 =$  ( )  
 A. 1                                      B. 2  
 C. 4                                      D. 8
2. [2025·广东佛山四中高二期中] 在公差大于 0 的等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 + a_8 = 10, a_3 a_7 = -11$ , 则该数列的公差为 ( )  
 A.  $\frac{\sqrt{14}}{2}$                                       B.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$   
 C. 2    D. 3
3. 已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  都是等差数列, 且  $a_1 - b_1 = 2, a_2 - b_2 = 1$ , 则  $a_5 - b_5 =$  ( )  
 A. -2                                        B. -1  
 C. 1    D. 2
4. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,  $a_1 + a_4 + a_7 = 10, a_2 + a_5 + a_8 = 30$ , 则  $a_3 + a_6 + a_9 =$  ( )  
 A. 90                                        B. 70  
 C. 50                                        D. 40
5. (多选题) 已知  $a, x_1, x_2, b$  和  $a, y_1, y_2, y_3, b$  是两个公差非零的等差数列, 则下列说法正确的是 ( )  
 A.  $x_1 + x_2 = 2y_2$                       B.  $x_1 + x_2 = \frac{y_2}{2}$   
 C.  $\frac{x_2 - x_1}{y_3 - y_1} = \frac{2}{3}$                         D.  $\frac{x_2 - x_1}{y_3 - y_1} = \frac{5}{4}$
6. 我国古代数学名著中有如下问题: “今有五人分六钱, 令前三人所得与后二人等, 各人所得均增, 问各得几何?” 其意思是: 已知  $A, B, C, D, E$  五个人分重量为 6 钱 (“钱”是古代的一种重量单位) 的物品,  $A, B, C$  三人所得物品的钱数之和与  $D, E$  二人所得物品的钱数之和相等, 且  $A, B, C, D, E$  每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列, 问五个人各分得多少钱的物品? 在这个问题中,  $C$  分得物品的钱数是 ( )  
 A.  $\frac{6}{5}$                                         B.  $\frac{7}{6}$   
 C.  $\frac{8}{7}$                                         D.  $\frac{9}{8}$

7. 等差数列  $\{a_n\}$  的第 3 项为 12, 第 6 项为 4, 则此数列的第 9 项为\_\_\_\_\_.
8. 已知三个数依次成等差数列, 这三个数的和为 6, 积为 -24, 则这三个数依次为\_\_\_\_\_.
9. (13 分) [2025·山西太原五中高二月考] 已知  $\{a_n\}$  是等差数列.  
 (1) 若  $a_1 - a_4 + a_8 - a_{12} + a_{15} = 2$ , 求  $a_3 + a_{13}$  的值;  
 (2) 若  $a_{49} = 80, a_{59} = 100$ , 求  $a_{79}$ .

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
15	

10. (13分)[教材 P16 例 4 改编] 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为正数,  $a_2$  与  $a_8$  的等差中项为 8, 且  $a_3 a_7 = 28$ .
- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式.
- (2) 从  $\{a_n\}$  中依次取出第 3 项, 第 6 项, 第 9 项,  $\dots$ , 第  $3n$  项, 按照原来的顺序组成一个新数列  $\{b_n\}$ , 判断 938 是不是数列  $\{b_n\}$  中的项? 并说明理由.

13. [2025 · 天津静海区一中高二调研] 设公差  $d \neq 0$  的等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_5^2 = a_3 a_8$ , 则  $\frac{a_1 + a_3 + a_5}{a_1 + a_4 + a_7}$  的值为\_\_\_\_\_.
14. (15分) 有一批电器原销售价为每台 800 元, 在甲、乙两家商场均有销售. 甲商场用如下方法促销: 买一台单价为 780 元, 买两台单价为 760 元, 以此类推, 每多买一台则单价减少 20 元, 但单价最少不低于 440 元; 乙商场一律按原价的 75% 销售. 某单位需购买一批此类电器, 去哪一家商场购买花费较少?

### 综合提升

11. [2025 · 四川成都七中高二月考] 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 2n - 1$ , 数列  $\{b_n\}$  的通项公式为  $b_n = 3n - 2$ , 由这两个数列的公共项按从小到大的顺序排列得到的数列为  $\{c_n\}$ , 则数列  $\{c_n\}$  的通项公式为 ( )
- A.  $c_n = 3n - 2$   
 B.  $c_n = 4n - 2$   
 C.  $c_n = 5n - 4$   
 D.  $c_n = 6n - 5$
12. (多选题) 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 > 0$ , 且  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$ , 则 ( )
- A.  $a_1 + a_{101} > 0$       B.  $a_1 + a_{101} < 0$   
 C.  $a_3 + a_{99} = 0$       D.  $a_{51} < a_{50}$

### 思维探索

15. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d \neq 0$ ,  $a_{2024} = 0$ , 给定正整数  $m$ , 使得对任意的  $n \in \mathbf{N}^*$  ( $n < m$  且  $m > 2$ ) 都有  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{m-n}$  成立, 则  $m$  的值为 ( )
- A. 4047      B. 4046  
 C. 2024      D. 4048



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
14

10. (13分)[2026·山东菏泽一中高二月考] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_5 = \frac{15}{7}, a_{10} = -\frac{10}{7}$ .
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 $n$ 项和 $S_n$ ;
- (2) 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

13. [2026·重庆巴蜀中学高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 且 $a_2 + a_7 + a_{15} < a_3$ ,  $S_{12} > S_9$ , 则当 $S_n > 0$ 时,  $n$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

14. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $a_1 = 2$ , 且 $na_{n+1} = (n+1)a_n$ , 则 $\frac{S_n+9}{a_n}$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

### 思维探索

15. (15分)[2025·河南新乡高二联考] 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = \frac{3}{5}, b_{n+1} = 2 - \frac{1}{b_n}, n \in \mathbf{N}^*$ , 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{2}{b_n - 1}, n \in \mathbf{N}^*$ .

- (1) 证明数列 $\{a_n\}$ 是等差数列并求其通项公式.
- (2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 问 $S_n$ 是否存在最小值? 若存在, 求出 $S_n$ 的最小值及取得最小值时 $n$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

### 综合提升

11. 已知 $S_n$ 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和,  $T_n$ 是数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 的前 $n$ 项和, 若 $S_7 = 7, S_{15} = 75$ , 则 $T_n =$  ( )

- A.  $\frac{n^2 - 9n}{4}$                       B.  $\frac{n^2 + 9n}{4}$
- C.  $\frac{n^2 - 3n}{4}$                       D.  $\frac{n^2 + 3n}{4}$

12. (多选题)[2025·宁夏银川一中高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $a_1$ , 公差为 $d$ , 其前 $n$ 项和为 $S_n$ , 若 $S_8 < S_6 < S_7$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A. 当 $n=7$ 时,  $S_n$ 最大
- B. 使得 $S_n < 0$ 成立的最小自然数 $n=13$
- C.  $|a_6 + a_7| < |a_8 + a_9|$
- D. 数列 $\{\frac{S_n}{a_n}\}$ 中的最小项为 $\frac{S_8}{a_8}$



班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
15

10. (13分)[教材 P23 练习 T5] 已知一个等差数列的项数为奇数, 其中所有奇数项的和为 290, 所有偶数项的和为 261, 求此数列中间一项的值以及此数列的项数.

13. 已知  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_n = m$ ,  $S_m = n (n \neq m)$ , 则  $S_{m+n} =$  \_\_\_\_\_.

14. (15分) 某公司今年初用 25 万元引进一种新的设备, 投入设备后每年收益为 21 万元. 同时, 公司每年需要付出设备的维修和工人工资等费用, 第一年总费用为 2 万元, 第二年总费用为 4 万元, 以后每年总费用都增加 2 万元.

(1) 引进这种设备后, 求该公司使用这种设备第  $n (n \leq 18)$  年后所获的利润  $f(n)$ ;

(2) 这种设备使用多少年, 该公司的年平均获利最大?

### 综合提升

11. 已知  $S_n, T_n$  分别是等差数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的前  $n$

项和, 且  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+1}{4n-2} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $\frac{a_3}{b_4+b_7} +$

$\frac{a_8}{b_5+b_6} =$  ( )

- A.  $\frac{7}{10}$     B.  $\frac{11}{18}$     C.  $\frac{21}{38}$     D.  $\frac{17}{30}$

12. (多选题) 已知等差数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的前  $n$  项和分别为  $S_n, T_n$ , 则下列结论正确的有 ( )

A. 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{1}{2n-1}$ , 则  $\{a_n\}$  为常数列

B. 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{1}{2n-1}$ , 则  $\{b_n\}$  为常数列

C. 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+1}{2n-1}$ , 则  $\frac{a_4}{b_5} = \frac{8}{17}$

D. 若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+1}{2n-1}$ , 则  $\{a_n b_n\}$  是递增数列

### 思维探索

15. 已知等差数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的前  $n$  项和分别为  $A_n$

和  $B_n$ , 若  $\frac{A_n}{B_n} = \frac{3n+75}{2n+5}$ , 则满足  $\frac{a_{2n}}{b_n} \in \mathbf{Z}$  的正整数

$n$  有 ( )

- A. 1 个    B. 2 个  
C. 5 个    D. 6 个

# 滚动习题(一)

范围 4.1~4.2

(分值:100分)

## 一、单项选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

1. [2025·陕西渭南高级中学高二月考] 数列 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 的一个通项公式为 ( )

- A.  $a_n = -2n + 1$   
 B.  $a_n = (-1)^n \cdot 2n + 1$   
 C.  $a_n = (-1)^n \cdot (2n + 1)$   
 D.  $a_n = (-1)^n \cdot (2n - 1)$

2. [2025·山东烟台四中高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,且 $a_6 + a_8 = 8$ ,则 $S_{13} =$

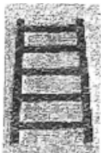
- ( )  
 A. 52                                  B. 104  
 C. 112                                 D. 120

3. [2025·重庆南开中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + n (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$ ,则 $a_4 =$

- ( )  
 A. 10                                  B. 11  
 C. 12                                  D. 13

4. 如图所示,已知某梯子共有5级,从上往下数,第1级的宽度为35厘米,第5级的宽度为43厘米,且各级的宽度从小到大构成等差数列,则第3级的宽度是 ( )

- A. 39 厘米  
 B. 40 厘米  
 C. 41 厘米  
 D. 42 厘米



5. [2025·洛阳强基联盟高二联考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,若 $S_{10} = 20$ ,则 $a_5 a_6$ 的最大值为

- ( )  
 A. 2                                    B. 4  
 C. 6                                    D. 8

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ,则数列 $\{a_n\}$ 中的最大项为 ( )

- A.  $\frac{8}{9}$                                   B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{64}{81}$                                 D.  $\frac{125}{243}$

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,若 $S_k = 1, S_{4k} = 16$ ,则 $S_{6k} =$

- ( )  
 A. 18                                  B. 36  
 C. 40                                  D. 42

## 二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 + a_4 = 4$ ,则下列结论正确的是 ( )

- A. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{5}{6}$   
 B. 等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}$   
 C. 等差数列 $\{a_n\}$ 是一个递增数列  
 D. 35 是数列 $\{a_n\}$ 中的项

9. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,若 $S_9 = 27, a_2 + a_{10} = 10$ ,则

- ( )  
 A.  $a_1 = -5$                         B.  $S_6 = 2$   
 C.  $S_n \geq S_3$                         D.  $S_7 = a_7$

## 三、填空题(本大题共2小题,每小题5分,共10分)

10. 设 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列,其前三项的和为12,前三项的积为48,则它的首项是\_\_\_\_\_.

11. [2026·福建泉州高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 $n$ 项和分别为 $S_n, T_n$ ,若 $\frac{S_n}{T_n} =$

$\frac{2n}{3n-1}$ ,则 $\frac{a_5^2}{b_2 b_8} =$ \_\_\_\_\_.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

12. (13 分)[2026·广东东莞实验中学高二期中]

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 + 1$ .

(1)试写出数列  $\{a_n\}$  的前 3 项,并判断数列  $\{a_n\}$  是否为等差数列;

(2)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

13. (15 分)[2025·江苏镇江中学高二期中] 记等

差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_3 = -15$ , 且  $a_1, a_3, -a_4$  成等差数列.

(1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式, 并求  $S_n$  取得最小值时  $n$  的值;

(2)求数列  $\{|a_n|\}$  的前 16 项和  $T_{16}$ .

14. (15 分)已知等差数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式分别为  $a_n = 3n + 4, b_n = 2n + 5$ , 将集合  $\{x | x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\} \cup \{x | x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$  中的元素按从小到大的顺序排列, 构成数列  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$ .

(1)求  $c_1, c_2, c_3, c_4$ ;

(2)求证: 在数列  $\{c_n\}$  中, 但不在数列  $\{b_n\}$  中的项恰为  $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}, \dots$ ;

(3)求数列  $\{c_n\}$  的通项公式.

## 4.3 等比数列

### 4.3.1 等比数列的概念

#### 第1课时 等比数列的概念与通项公式

#### 基础巩固

- 下列数列为等比数列的是 ( )
  - $0, 1, 2, 4, \dots$
  - $2^2, 4^2, 6^2, 8^2, \dots$
  - $q-1, (q-1)^2, (q-1)^3, (q-1)^4, \dots$
  - $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \dots$
- [2025·湖南永州一中高二月考] 方程  $x^2 - 5x + 4 = 0$  的两根的等比中项是 ( )
  - 2 和 2
  - 1 和 4
  - 2 和 4
  - 2 和 1
- [2025·河南九师联盟高二月考] 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2, a_n = \frac{1}{2}a_{n+1}$ , 则  $a_5 =$  ( )
  - $\frac{1}{16}$
  - $\frac{1}{8}$
  - 16
  - 32
- [2026·河南信阳高级中学高二月考] 在 1 与 64 之间插入 3 个正数, 使这 5 个数依次成等比数列, 则该数列的公比为 ( )
  - 2
  - $2\sqrt{2}$
  - 4
  - 8
- [2025·浙江余姚中学高二期中] 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前 3 项和为 21, 且  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = \frac{7}{12}$ , 则  $a_2 =$  ( )
  - 6
  - 4
  - $\frac{3}{2}$
  - 2
- 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 则“ $q > 1$ ”是“ $S_{2024} + S_{2026} > 2S_{2025}$ ”的 ( )
  - 充分不必要条件
  - 必要不充分条件
  - 充要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 已知数列  $\{a_n\}$  是等比数列, 若  $a_4 = 27a_1, a_2 = 2$ , 则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_.
- 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_1 = 1, 2S_n = a_{n+1}$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式是 \_\_\_\_\_.
- (13分)(1) 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 + a_5 = 18, a_3 + a_6 = 9$ , 若  $a_m = 1$ , 求  $m$  的值.  
(2) 已知等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数, 且  $a_1 + a_3 = 10, 4a_3^2 = a_2 \cdot a_6$ , 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
11
12
13
15

10. (13分) 已知各项都为正数的数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_n^2 - (2a_{n+1}-1)a_n - 2a_{n+1}=0$ .
- (1) 求  $a_2, a_3$ ;
- (2) 求证  $\{a_n\}$  是等比数列, 并求  $\{a_n\}$  的通项公式.

13. 已知公比为  $q$  的等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_8+q^2=3, a_{n+1}>a_n$ , 则  $a_{10}$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
14. (15分) 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_n>0, a_2=a_1(1-a_1)$ , 且数列  $\{\sqrt{1-S_n}\}$  是等比数列, 证明:  $\{a_n\}$  是等比数列.

### 综合提升

11. 已知数列  $\{a_n\}$  是等比数列, 首项为  $a_1$ , 公比为  $q$ , 则“ $a_1(q-1)<0$ ”是“数列  $\{a_n\}$  是递减数列”的 ( )
- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
12. (多选题) 已知数列  $\{a_n\}$ , 则下列说法不正确的是 ( )
- A. 若  $a_n^2=4^n, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $\{a_n\}$  为等比数列  
B. 若  $a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $\{a_n\}$  为等比数列  
C. 若  $a_m a_n = 2^{m+n}, m, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $\{a_n\}$  为等比数列  
D. 若  $a_n a_{n+3} = a_{n+1} a_{n+2}, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $\{a_n\}$  为等比数列

### 思维探索

15. 设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_2=\sqrt{e}, a_n^2 \sqrt{a_{n-2}} = a_{n-1}^2 (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $\ln a_{2026} - \frac{1}{2} \ln a_{2025}$  的值为\_\_\_\_\_.